

$$y^{(5)} = 1024e^{4x} \cdot x^3 + 3840e^{4x} \cdot x^2 + 3840e^{4x} \cdot x + 960e^{4x}$$

$$\Rightarrow e^{4x} (1024x^3 + 3840x^2 + 3840x + 960)$$

$$y^{(6)} = 64e^{4x} (16x^3 + 60x^2 + 60x + 15)$$

$$\text{ii) } x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + y = 0$$

$$\Rightarrow x^2 y'' + xy' + y = 0$$

Using Leibnitz theorem.

From $x^2 y''$, $u = y''$ & $x^2 = v$

$$x^2 y'' = {}^n C_0 u^{(n)} v + {}^n C_1 u^{(n-1)} v^{(1)} + {}^n C_2 u^{(n-2)} v^{(2)}$$

$$\Rightarrow y^{(n+2)} x^2 + n y^{(n+1)} \cdot 2x + \frac{n(n-1)}{2!} y^{(n)} \cdot 2$$

$$x^2 y'' \Rightarrow y^{(n+2)} \cdot x^2 + 2x n y^{(n+1)} + n(n-1) y^{(n)}$$

For xy' : $u = y'$ and $v = x$

$$xy' = y^{(n+1)} x + n y^{(n)}$$

For $y \Rightarrow y^{(n)}$

\therefore we have